

Mathématiques

Examen session 1 (mai 2023), Temps disponible : 3 heures.

Les exercices sont indépendants,
Calculatrices avec non usage graphique et notes de cours autorisées,
On attachera la plus grande importance à la précision de la rédaction.

Exercice 1

Convertir les quantités suivantes et exprimer le résultat en notation scientifique.

1. 23,4 m en dm
2. 0,0538cm² en m²
3. 460 litres en dm³.

Exercice 2

Soient

$$a = \frac{\frac{1}{5} \times \frac{6}{4}}{\frac{3}{7} - \frac{7}{4}}, \quad b = \frac{5}{\sqrt{3}} \text{ et } c = \frac{2}{1 - \sqrt{7}}.$$

1. Mettre a sous la forme d'une fraction irréductible (en écrivant toutes les étapes du calcul).
2. Donner une valeur approchée de a à 10^{-2} près par défaut.
3. Ecrire b et c sous forme de fractions qui n'ont pas de racine carré au dénominateur.
4. Classer a , b et c du plus grand au plus petit.

Exercice 3

1. Réduire l'expression $A = -(x - ((x + 2y) - y - 3x))$.
2. Développer et réduire l'expression $B = (x + z)(x + 2y) - (x + -y + z)(x - y + 2z)$.
3. Factoriser $C = (x - 1)(x + 3) + (4x - 4)(x - 5)$.
4. Factoriser $D = (x - 1)^2 - 3(x^2 - 1)$.
5. Factoriser $E = x^2 - 4x + 3$ (en calculant les racines).

Exercice 4

Les résultats d'un concours sont donnés ci-dessous :

Notes sur 20	4	7	9	11	12	15	16	18	19	20
Effectifs	2	4	5	4	3	3	2	2	3	2

1. Quelle est la population, la variable, son type ? Quel est le nombre d'élèves notés ?
2. Déterminer les effectifs cumulés et la médiane.

3. Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 15/20.
4. Quel est le nombre d'élèves ayant eu au moins 9/20 ? Exprimer ce résultat en pourcentage.
5. Calculer la note moyenne et l'écart-type de ce devoir (détailler dans un tableau).

Exercice 5

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $x + 7 = \frac{2}{3}x + 9$.
2. $x^2 - 6x - 7 = 0$.
3. $3x^2 - 3 = (x + 1)^2$.
4. $3x^2 - 2x - 1 < 0$.
5. $x^2 + 6x + 5 \geq 0$.

Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) , gradué en cm, on donne les points $A(2; 2)$, $B(6; 0)$ et $C(4; 6)$.

1. Déterminer par ses coordonnées le milieu M du segment $[AB]$ et le milieu N du segment $[AC]$.
2. Calculer les distances AB , AC et BC . Que peut-on dire du triangle ABC ?
3. Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABC .
4. En utilisant le théorème de Thalès, montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles. En déduire le calcul de MN à partir de BC .
5. Représenter les points A, B, C, M, N, D et les droites (OI) , (OJ) , (AB) et (BC) sur un des papiers millimétrés joints.

Exercice 7

Dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) gradué en cm, on pose $A(1; 1)$, $B(9; 5)$ et $C(0; 3)$.

1. Calculer les distances AB , AC et BC .
2. À l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que $(AB) \perp (AC)$.
3. Soit I le milieu de $[CB]$, à l'aide d'une formule du cours (et non du dessin) donner ses coordonnées.
4. Soit $D(8; 7)$. Vérifiez que I est le milieu de $[AD]$. Représenter sur le deuxième papier millimétré A, B, C, I, D .
5. Vérifiez que le triangle de sommets A, D et C est rectangle en C . Calculer l'aire du rectangle $ABDC$.

Exercice 8

Jean et Arnaud jouent aux billes. Jean dit "Si tu m'en donnes une, j'en aurai juste deux de moins que toi". Arnaud lui répond "Oui! Mais si c'est toi qui m'en donnes une, j'en aurai trois fois plus que toi". On X le nombre de billes de Jean et Y le nombre de billes d'Arnaud.

1. Montrer que X, Y satisfont les équations

$$\begin{cases} X + 1 = Y - 3, \\ Y + 1 = 3(X - 1). \end{cases}$$

2. Combien Jean et Arnaud ont ils de billes respectivement ?