

Mathématiques

Examen session 1, Temps disponible : 3 heures.

Les exercices sont indépendants (sur 3 pages)

On attachera la plus grande importance à la **précision de la rédaction**

Exercice 1

1. Ecrire $a = \frac{3}{4} - \frac{9}{5}$ sous forme irréductible. ce nombre est i-il entier ? Décimal ? Rationnel ? Réel ?
2. Calculer le PGCD de 570 et 513. Simplifier la fraction $\frac{570}{513}$ (sous forme irréductible).
3. Donner la valeur approchée par excès au centième de 15,8572.
4. Un commerce augmente le prix d'un article de 12 pour cent puis décide au bout d'un mois de baisser à nouveau le prix de 12 pour cent. Calculer le pourcentage d'augmentation ou de diminution du prix par rapport au prix initial.
5. Je donne 25 euros pour l'achat de 5 boîtes de sucre et on me rend 2 euros. Combien coûte une boîte de sucre.
6. La distance de la Terre au Soleil est d'environ $1,5 \times 10^8$ kilomètres. Sachant que la lumière parcourt 3×10^5 kilomètres par seconde, combien faut-il de temps (en minutes et secondes) à la lumière émise par le Soleil pour atteindre la Terre ?
7. Calculer $T = \frac{-5 + 3^2 \times 2 + 4}{12 \times 2 + 10}$.
8. Mettre sous forme d'une fraction irréductible la quantité $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} + \frac{4}{3}$.

Exercice 2

1. Développer et réduire l'expression $B = 8x(x^2 + 2) - x^2(4x + 2) - (2 - 3x)$.
2. Développer et réduire l'expression $C = 3(x + y)(1 - 2x) - (-x + y)(2y + x) + xy$.
3. Factoriser au maximum l'expression $D = (x + 2)(x + 3) - (x + 2) + (x + 2)^2$.
4. Résoudre l'équation : $x - 5 = 3x - 4$.
5. Résoudre l'équation $x^2 - 3x + 1 = 0$.
6. Résoudre l'inéquation $x^2 - x - 2 \leq 0$.
7. Résoudre le système :

$$\begin{cases} 2x - 4y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

Exercice 3

Les résultats d'un concours sont donnés ci-dessous :

Notes sur 20	6	8	10	11	12	14	16	17	19
Effectifs	2	4	4	2	5	3	2	2	1

1. Quelle est la variable, son type ? Quel est le nombre d'élèves notés ?
2. Déterminer les effectifs cumulés et la médiane. Quelle est sa signification ?
3. Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu la note 12/20.
4. Quel est le nombre d'élèves ayant eu au moins 10/20 ? Exprimer ce résultat en pourcentage.
5. Calculer la note moyenne et l'écart-type de ce devoir (détailler dans un tableau).

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormée (O, I, J) , gradué en cm, on donne les points $A(-2; 6)$, $B(-1; 2)$ et $C(3; 3)$.

1. Déterminer par ses coordonnées le milieu M du segment $[AB]$.
2. Calculer les distances AB , AC et BC . Que peut-on dire du triangle ABC ?
3. Calculer l'aire du triangle ABC .
4. Vérifier que l'équation de la droite (BC) est $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$. Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à (BC) et passant par $(0; 0)$.
5. Les points $D(2; 1)$ et $E(499; 127)$ sont-ils sur la droite (BC) ?
6. Représenter les points A, B, C, M et les droites (OI) , (OJ) , (AB) et (BC) .

Exercice 5

Un importateur américain achète du roquefort en France pour le revendre aux restaurants de New-York.

1. Le Roquefort arrive de France au prix de 10 dollars le kilo. Pour faire entrer le Roquefort sur le territoire américain, l'importateur doit acquitter un droit de douane de 100 pour cent. Au total, quel est le prix de revient d'un kilo de Roquefort ?
2. Suite à un différend commercial, les Etats-Unis triplent les droits de douane sur le Roquefort. Quel est le nouveau prix de revient d'un kilo de Roquefort. Quel est le taux de variation de ce dernier prix ?

Exercice 6

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 15}{x - 2}$. On note C la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, I, J) .

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Calculer la dérivée de f , f' et étudier son signe sur D_f . En déduire le tableau de variation de f .
3. Calculer les trois réels a , b et c tels que, pour tout x de D_f :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}.$$

4. Déterminer les équations des droites asymptotes (obliques) en $+\infty$ et en $-\infty$.

5. Déterminer les limites de $f(x)$ respectivement quand $x \rightarrow 2^-$ et quand $x \rightarrow 2^+$. C admet-elle une asymptote en $x = 2$?
6. Déterminer une équation de la droite tangente, notée T , à la courbe C au point d'abscisse 1.
7. Tracer la courbe C , les asymptotes et T .