

Mathématiques

Examen session 1, Temps disponible : 3 heures.

Les exercices sont indépendants (sur 3 pages),
Calculatrices et notes de cours autorisées,
On attachera la plus grande importance à la **précision de la rédaction.**

Exercice 1

1. Calculer $17 - (12 - (-1)) + (11 - 17) \times (-3)$
2. Calculer $\frac{7/5}{(2/15)} - \frac{1}{5} + \frac{(4/7)}{(3/14)}$. On demande le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Calculer le pgcd de 336 et 240.
4. Simplifier $\frac{240}{336}$. Donner la valeur approchée de ce nombre au centième près par excès.
5. Simplifier $\frac{(5^2 \times 10^{-5})^3}{(5 \times 10^{-3})^5} \times \left(\frac{10^2}{5}\right)^2$.

Exercice 2

A) Résoudre dans \mathbb{R} les équations ou inéquations suivantes :

1. $49 + 7(2x - 3) = 7(3x - 5)$.
2. $8(2 - x) + 7(x - 2) = 9(x - 3) - 5(2x - 3)$.
3. $-x^2 + x + 72 = 0$.
4. $-x^2 + x + 72 > 0$.
5. $-x^2 + 8x - 3 > 3x^2 + 1$.

B) 1. Déterminer deux nombres connaissant leur somme 66 et leur différence 12.

2. Résoudre le système :

$$\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 7x - 2y = 8. \end{cases}$$

Exercice 3

1. Convertir $3,1416 m$ en mm .
2. Convertir $20 m/s$ en km/h .
3. Convertir $4217 cm^3$ en l (litres).
4. Convertir $0,0314 m^2$ en dm^2 .

Exercice 4

Les résultats d'un concours sont donnés ci-dessous :

Notes sur 20	6	8	10	11	12	14	16	17	19	20
Effectifs	2	4	4	2	5	3	2	2	1	1

1. Quelle est la population, la variable, son type ? Quel est le nombre d'élèves notés ?
2. Déterminer les effectifs cumulés et la médiane.
3. Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à $12/20$.
4. Quel est le nombre d'élèves ayant eu au moins $11/20$? Exprimer ce résultat en pourcentage.
5. Calculer la note moyenne et l'écart-type de ce devoir (détailler dans un tableau).

Exercice 5

Un particulier place un capital de 3000 euros le premier janvier 2015 qui lui rapporte 1,7 pour cent d'intérêt par an.

1. Quel est le montant de ce placement le premier janvier 2016 ?
2. Déterminer le montant de ce placement le premier janvier 2025.
3. En quelle année le capital aura-t-il triplé ?

Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , gradué en cm, on donne les points $A(-2; 6)$, $B(-1; 2)$ et $C(3; 3)$.

1. Déterminer par ses coordonnées le milieu M du segment $[AB]$ et le milieu N du segment $[AC]$.
2. Calculer les distances AB , AC et BC . Que peut-on dire du triangle ABC ?
3. Calculer l'aire du triangle ABC .
4. Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles. En déduire le calcul de MN à partir de BC .
5. Vérifier que l'équation de la droite (BC) est $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$. Déterminer l'équation de la droite perpendiculaire à (BC) et passant par $(0; 0)$.
6. Les points $D(2; 1)$ et $E(499; 127)$ sont-ils sur la droite (BC) ?
7. Représenter les points A, B, C, M, N et les droites (OI) , (OJ) , (AB) et (BC) .

Exercice 7

Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. On note C la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

2. Calculer la dérivée de f , f' et étudier son signe sur D_f . En déduire le tableau de variation de f . Préciser les extremums locaux (on ne demande pas le tracé de la courbe représentative).
3. Préciser une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse 0.

Exercice 8

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 12}{x - 1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et montrer que pour tout $x \in D_f$:

$$f(x) = x - 3 + \frac{9}{x - 1}.$$

2. Etudier la fonction f (calcul et signe de la dérivée, sens de variations, tableau de variations et limites aux bornes de D_f).
3. Soit C la courbe représentative de f . Déterminer les asymptotes à C (en $x = 1$, $-\infty$ et $+\infty$).
4. Déterminer une équation de la droite tangente, notée T , à la courbe C au point d'abscisse 0.
5. Tracer la courbe C , les asymptotes et T sur papier millimétré dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .